



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, 11 februarie 2023
Clasa a VII-a

Problema 1

Determinați numerele de forma \overline{abc} , știind că are loc relația $\sqrt{\overline{abc}} = 5(a + b + c)$.

Problema 2

Fie numerele $a = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

$$b = 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n}$$

- a) Calculați: $n = \left[1 + \sqrt{2}\right] + \left[\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right] + \dots + \left[\frac{2022+\sqrt{2023}}{2022}\right]$, unde $[x]$ este partea întreagă a numărului x ;
- b) Arătați că $\sqrt{a \cdot b} \in \mathbb{N}$, pentru $n = 2023$

Problema 3

Pe baza BC a triunghiului $\triangle ABC$ isoscel, se consideră punctele D și E astfel încât $BE = CD = \frac{1}{3}BC$. În exteriorul triunghiului ABC construim triunghiurile echilaterale MBE și OCD . Demonstrați că:

- a) $\triangle AED$ și $\triangle AMO$ isoscele;
- b) $MODE$ este trapez isoscel și $MD \perp OD$.

Problema 4

Se consideră cercul $C(O, r)$ și dreapta d tangentă la cercul dat în punctul T . O dreaptă paralelă cu OT intersectează cercul și dreapta d în punctele A , B și C (B este între C și A). Fie M punctul diametral opus lui B . Dreapta MT intersectează pe AB în N .

- a) Arătați că triunghiul MBN este isoscel;
- b) Notăm cu E mijlocul segmentului BN . Arătați că patrulaterul $AOTE$ este trapez isoscel.

Notă: Timp de lucru: 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.